De Varignon au père André : tribulations normandes d'un cours de géométrie.

Pierre Ageron et Didier Bessot,
IREM de Basse-Normandie,
ageron@unicaen.fr, didierbessot@free.fr

Nous avons découvert à Lisieux une copie manuscrite en français des *Élémens de géométrie* de Varignon, différant dans sa rédaction à la fois de la version manuscrite (*ca.* 1715) conservée à l'Institut et de la version imprimée en 1731. Il semble qu'il s'agisse du cours que le père André a dicté pendant ses premières années d'enseignement au collège des jésuites de la ville de Caen (de 1726 à 1730 environ). Ce manuscrit normand pose d'intéressantes questions sur la circulation et l'usage en province d'un cours parisien, sur la rupture qu'il représentait avec la tradition euclidienne et sur les choix pédagogiques d'un professeur qui revint assez vite aux *Éléments* d'Euclide.

1. – Récit au vrai de la découverte d'un manuscrit

En juillet 2008, l'un de nous fréquentait assidûment le fonds ancien de la médiathèque André Malraux de Lisieux : l'objectif était alors d'étudier trois manuscrits en langue arabe dont la présence à Lisieux avait de quoi étonner. À l'occasion de cette étude, consultant le fichier carton qui recense les quelques 200 manuscrits de ce fonds, il eut l'attention attirée par une fiche signalant un *Traité mathématique et historique de géographie* « par M. de la Hire », suivi d'*Élémens de géométrie* dont l'auteur n'était pas précisé. Ce manuscrit porte la cote 26. Aucune notice ne le décrit, puisque le seul catalogue jamais dressé des manuscrits de Lisieux remonte à 1889 et ne concerne que les cotes 1 à 24. On lit sur son contreplat : « offert à la bibliothèque de Lisieux par Étienne Deville 14 avril 1923 » – Étienne Deville était alors le conservateur de cette bibliothèque.

Philippe de La Hire (1640 – 1718) fut un géomètre très original et la perspective de découvrir à Lisieux un de ses manuscrits était alléchante. *A priori* étonnante, sa présence aurait pu s'expliquer par la collaboration de la Hire avec l'astronome Jean Le Fèvre (1650 – 1706), natif de Lisieux. Vaines spéculations !

Revenus à deux pour l'examiner, nous fûmes vite convaincus que l'attribution à la Hire était une erreur. La mention « Par M. de la Hire » se lit en haut de la page 1 : l'encre et l'écriture diffèrent de celles du reste de la page – et nous avons vérifié que ce n'est pas non plus celle d'Étienne Deville. Elle est peut-être conséquence d'une phrase ambiguë à la page 149 : « cet ouvrage de Mr de la Hire se trouve dans la seconde édition de ses tables astronomiques imprimées en 1702 ». Quoi qu'il en soit, le manuscrit ne fit jamais l'objet d'aucun examen depuis 1923. Cependant, nous menions en parallèle une étude des manuscrits mathématiques conservés à la bibliothèque de Caen et au musée des Beaux-Arts de Caen. Or ces deux institutions se partagent des manuscrits intitulés *Traité mathématique et historique de géographie,* et nous vérifiâmes qu'il s'agit bien, dans les manuscrits caennais, du même texte qu'à Lisieux. Ils en indiquent clairement l'auteur : un certain père André, qui connut en son temps une relative notoriété.

Vie et œuvre du père André, en bref

Yves-Marie André [Ill. 1] naquit le 22 mai 1675 à Châteaulin (Basse-Bretagne). Après avoir fait ses humanités et sa philosophie à Quimper, il fut reçu le 13 septembre 1693 dans la Compagnie de Jésus et effectua son noviciat à Paris. Il y apprit notamment les premiers éléments des mathématiques du père François de la Maugeraye (Bayeux, 1660 – Paris, 1734), et y rencontra Malebranche en 1705, avec lequel il entama l'année suivante une correspondance prolongée jusqu'à la mort de l'oratorien en 1715. Son admiration pour Descartes et Malebranche fut cause d'une véritable persécution de la part de ses supérieurs, qui le conduisit en 1707 à déclarer : « Je renonce aux mathématiques à cause du rapport naturel qu'elles ont avec la nouvelle philosophie », et lui valut même, en 1721, un bref embastillement. Au gré des affectations, il enseigna la rhétorique ou la philosophie (logique, morale, métaphysique et physique) dans de nombreux collèges de la province jésuite dite « de France » : Alençon, Paris, la Flèche, Rouen, Hesdin, Arras, Amiens. En 1726, il fut nommé au collège des jésuites de Caen sur la chaire de professeur royal de mathématiques et hydrographie – une forme de mise à l'écart. Le père André ne devait plus quitter cette ville, où il poursuivit son enseignement mathématique jusqu'à l'âge de 84 ans. De 1731 à 1753, il entretint une correspondance avec Fontenelle, qu'il admirait beaucoup, mais ne se rendit jamais à ses invitations dans la capitale. Nommé en 1730 membre de la jadis prestigieuse Académie de Caen, il composa en vue de ses séances une série d'élégants discours philosophiques ; quatre d'entre eux furent groupés dans un *Essai sur le beau* qui connut en 1741[1] un succès immédiat et fut réédité plusieurs fois. Retiré à l'Hôtel-Dieu (rue Saint-Jean) après l'expulsion des jésuites, le père André y mourut le 26 février 1764. Son ami l'abbé Guillaume-Germain Guyot et son très fidèle disciple Charles de Quens firent ériger un tombeau dans l'église, détruite en 1830.

Ill. 1 – Peter Adolphe Hall : Le Père André (Musée du Louvre, Paris)

Peu après sa mort, ses discours philosophiques, dont beaucoup étaient restés inédits, furent rassemblés en quatre volumes par l'abbé Guyot qui les fit précéder d'un *Éloge historique* où il dressa une liste des manuscrits scientifiques laissés par le père André. Correspondant aux enseignements qu'on attendait de lui, ils couvraient les "sciences mathématiques" dans un sens très large.

---

1 La première édition était anonyme. Deuxième édition à Amsterdam en 1759 : « le P. André ne fut point content de trouver son ouvrage flanqué de deux discours qui lui étoient étrangers ». Troisième édition à Paris en 1763, enrichie de six discours. Éditions posthumes en 1770, 1824 et 1827.

> Il a laissé huit Traités en ce genre, sçavoir : Une Arithmétique Universelle, ou, Essai d'un nouveau Système d'Arithmétique pour toutes fortes de calculs. Les Elémens d'Euclide [...]. Une Géométrie pratique. Des Elémens d'Astronomie. Un Traité Mathématique & historique de Géographie & d'Hydrographie. Des Elémens de Méchanique. Un Traité d'Optique. Un Traité d'Architecture Civile & Militaire. [A/G, p. ix]

Guyot terminait ce tour d'horizon par cette demi-promesse :

> Nous nous occuperons dans la suite du soin de revoir ces huit Traités ; leur utilité seule nous décidera à les donner au public. [A/G, p. x]

Mais aucun des huit ne fut jamais imprimé, et les copies manuscrites en devinrent vite très rares. En 1843, le philosophe Victor Cousin donna une nouvelle édition des œuvres philosophiques du père André en un seul gros volume ; il l'enrichit d'une longue introduction instruite par la correspondance du père André, dont il avait retrouvé une partie à Lille. En 1844, le bibliothécaire caennais Georges Mancel et le philosophe Antoine Charma publièrent deux volumes annotés de *Documents inédits* sauvés *in extremis* dans les papiers de Charles de Quens – notamment les correspondances avec Malebranche et Fontenelle. Ils y retrouvèrent aussi certains des manuscrits scientifiques du père André, estimant que ceux qui manquaient encore « dorment probablement dans quelques bibliothèques à nous inconnues et desquelles aujourd'hui il n'y aurait pas grand profit à les tirer » [CM, vol. 2, p. 154]. Cependant, de nouveaux dons permirent à la Bibliothèque publique de Caen de compléter sa collection. En 2011, celle-ci se compose ainsi (voir un catalogue détaillé en annexe) :

Arithmétique universelle, ms. in-4°196
Géométrie pratique, ms. in-4°149
Élémens d'Astronomie, in-4°191
Traité mathématique et historique de géographie [et d'hydrographie] :
– *livre I (géographie)*, ms. in-8°101 & *livre II (hydrographie)*, ms. Mancel 251
– *livre II (hydrographie)* seul, ms. in-8°67
Traité d'optique, ms. in-4°190
Traité d'architecture civile et militaire, ms. in-4°148, ms. in-f°99

Manquent encore à l'appel deux des huit traités énumérés par l'abbé Guyot :
Éléments de mécanique
Éléments d'Euclide.

Sur ces *Éléments d'Euclide*, qui constituaient le cours de géométrie spéculative du père André, Guyot donna une précision importante pour notre propos :

> Il travailla ses premiers Elémens de Géométrie selon la méthode des modernes ; mais bientôt il revint à ceux d'Euclide, qu'il trouvoit plus

remplis, plus exacts, plus propres à donner à ses élèves l'esprit géométrique. Il se contenta de les traduire fidèlement sur le texte grec ; cependant il leur donna son coloris, en les semant de descriptions curieuses & de réflexions agréables. Souvent même il y ajouta de nouvelles vues pour les éclaircir & de nouvelles propositions pour les compléter. Son Euclide ainsi francisé instruit autant & intéresse davantage. [A/G, p. viii]

Le manuscrit 26 de Lisieux

Le manuscrit 26 est un codex relié en veau de 652 pages en tout, dont les dimensions sont 210 sur 170 mm. Deux scripteurs différents sont repérables, que nous désignerons par **A** et **B**. Matériellement et logiquement, six sections peuvent être distinguées :

I. p. 1–369 *Traité mathématique et historique de géographie [et d'hydrographie]*. Pages écrites et paginées à l'encre par **A**. Un feuillet avec figure est inséré entre les pages 60 et 61. Le livre *I* (*De la géographie*) commence à la page 3 ; le livre *II* (*De l'hydrographie*) commence à la page 242.

II. p. 370–405 Suite du *Traité mathématique et historique de géographie*. Pages écrites à l'encre par **A**, paginées au crayon (peut-être par le bibliothécaire).

III. p. 406–453 Suite du *Traité mathématique et historique de géographie*. Pages écrites à l'encre par **B**, paginées au crayon. Interruption du texte en cours de phrase en bas de la page 453.

IV. p. 1–180 *Élémens de Géométrie*. Pages écrites et paginées à l'encre par **A**. La page 106 est laissée blanche.

V. p. 181–184 Pages blanches, paginées au crayon.

VI. p. 185–198 Suite et fin du *Traité mathématique et historique de géographie*. Pages écrites et paginées à l'encre par **A**. Deux pages consécutives portent le même numéro 187.

L'imbrication dans le même volume de deux ouvrages, copiés en partie de la même main (le scripteur **A**) et dont l'un avait pour auteur incontestable le père André (le *Traité mathématique et historique de géographie*) nous conduisit à faire avec conviction l'hypothèse que l'autre avait le même auteur. Comme les *Élémens de géométrie* de Lisieux diffèrent profondément de ceux d'Euclide, nous jugeâmes que nous étions en présence de la première version des « Élémens » du père André, celle qu'il avait, à en croire l'abbé Guyot, travaillée « selon la méthode des modernes ». Nous publiâmes une note sur notre découverte et notre hypothèse dans la revue régionale *le Pays d'Auge* [AB]. Afin d'approfondir notre étude et d'en présenter les premières conclusions au colloque de Caen, nous retournâmes à la médiathèque André Malraux, pour effectuer, avec son autorisation et à l'usage de l'IREM de Basse-Normandie, une photographie numérique intégrale des *Élémens de géométrie*.

2. – Coup de théâtre : Varignon entre en scène

En mai 2010, lors du colloque inter-IREM de Caen, l'un de nous présenta donc un exposé consacré au père André, à la description du manuscrit de Lisieux et à quelques exemples de la rupture que présentaient nos *Élémens* par rapport à la tradition euclidienne. Jeanne Peiffer, directrice de recherches au CNRS, y assista. Elle dit être frappée par la ressemblance des *Élémens* qui lui étaient décrits avec ceux que professait Varignon au collège Mazarin à Paris, un cours qu'elle connaissait bien pour lui avoir consacré une étude en 2005 [P]. Après le colloque, nous confrontâmes donc notre manuscrit avec le traité de Varignon dont la version imprimée en 1731 est aisément accessible [V].

L'entrée en scène de Varignon [Ill. 2] ne nous éloigne pas de Caen, puisque c'est dans cette ville qu'il naquit en 1654 et dans son université qu'il obtint ses grades. Ordonné prêtre pour la paroisse Saint-Ouen de Caen, il ne la quitta pour Paris qu'en 1686 ; sa carrière fut alors brillante et rapide : reconnu pour ses travaux en mécanique, nommé académicien, plus tard lecteur au Collège Royal, il devint le premier titulaire de la chaire de mathématiques du collège Mazarin, collège où il habita et enseigna jusqu'à sa mort le 23 décembre 1722. On sait qu'il y dicta toujours ses leçons en latin. C'est pourtant en français que furent donnés au public huit ans plus tard les *Élémens de Géométrie* qui nous occupent [V]. Le traducteur, le jeune abbé Jean-Baptiste Cochet précisait : « Il n'a jamais donné ses Elémens de Géométrie qu'en Latin, je les ai traduits en François avec autant de fidélité & de précision qu'il m'a été possible. » [V, préface].

Le résultat de la comparaison ne nous laissa pas l'ombre d'un doute : le manuscrit de géométrie que nous pensions être l'œuvre du père André est une version des *Élémens de géométrie* de Varignon, qui ne diffère de la version imprimée que par des détails. Il n'en reste pas moins que le même scripteur (nous l'avons plus haut appelé **A**) qui a copié ces *Élémens* a aussi copié la plus grande partie du *Traité de géographie*, lequel ne peut être enlevé au père André. Quel est donc le lien entre le cours de Varignon et l'enseignement caennais du père André ? Tentons une nouvelle explication. Rappelons d'abord que ce dernier ne commença à enseigner les mathématiques qu'en arrivant à Caen en 1726 ; quoique excellent latiniste, il le fit dès cette date en français, comme le voulait l'usage à Caen depuis déjà vingt ans. Chargé soudain de plusieurs cours très différents de ceux qu'il assurait auparavant, il paraît plausible que dans ses premières années d'enseignement, il n'ait pas composé son propre cours de géométrie spéculative, mais se soit borné à dicter un cours préexistant. Quant à Varignon, il n'est pas improbable que le jeune Yves-Marie André l'ait, vers 1705, rencontré à Paris, par l'intermédiaire peut-être de la Maugeraye, ou, plus sûrement, de Malebranche : en effet, Malebranche avait alors réuni autour de lui un petit groupe d'esprit néo-cartésien, formé notamment de l'Hospital, Varignon, Reyneau et Lamy, qui chercha et parvint à imposer en France le calcul infinitésimal de Leibniz [R]. Le père André aurait pu, vingt ans plus tard, réutiliser un cahier de cours de Varignon. On ne reconnaît dans aucun des deux scripteurs du manuscrit 26 de Lisieux l'écriture très petite et difficile à lire du père André : il pourrait en revanche s'agir d'élèves caennais du père André, ayant pris en note (et sans doute mis au net) les cours qu'ils dictait. La prise de relais de **A** par **B** dans le *Traité de géographie et d'hydrographie* illustre un phénomène qui n'est pas rare dans les cahiers d'élèves.

Ill. 2 – Auteur inconnu : Portrait de Pierre Varignon (1654-1722)

En plus de la version de Cochet, imprimée en 1731 [V], deux manuscrits des *Élémens de géométrie* de Varignon étaient jusqu'à présent connus. Le manuscrit 3654 de la bibliothèque Mazarine est un cahier d'élève contenant le cours en latin donné au Collège Mazarin par Varignon en 1716 et 1717. Le manuscrit 2469 de la bibliothèque de l'Institut, décrit par Jeanne Peiffer [P], est en français et pourrait dater de 1710 à 1720 : sa découverte a prouvé que Cochet ne fut ni le seul, ni le premier à traduire en français les *Élémens* de Varignon. Le manuscrit 26 de la bibliothèque de Lisieux vient complexifier le tableau : lui aussi est en français, mais dans une version qui diffère à la fois de la traduction de Cochet (à laquelle il est certainement antérieur) et de celle conservée à l'Institut (avec laquelle il est difficile d'établir une chronologie relative).

Plusieurs différences avec le manuscrit de l'Institut et / ou la version imprimée se remarquent au premier coup d'œil, notamment l'absence de la partie finale consacrée à la *Géométrie pratique,* le fait que les figures soient insérées au fil du texte et non groupées à la fin, la numérotation des théorèmes en chiffres arabes et non romains. Les commentaires dits MONITA dans le manuscrit latin, curieusement appelés AVIS dans le manuscrit de l'Institut, sont ici (comme dans l'imprimé et comme dans beaucoup de textes français de l'époque) des AVERTISSEMENTS.

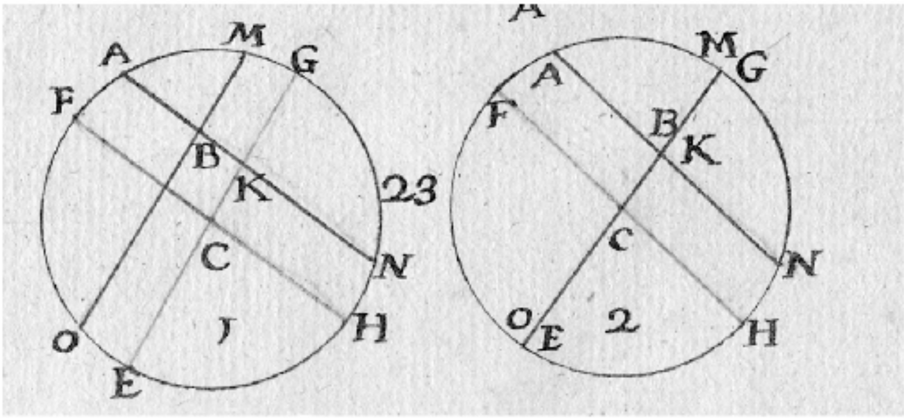
Sans qu'il soit besoin de le commenter, cet échantillon d'énoncé permettra d'apprécier les différences d'expression et de lexique entre les trois versions françaises :

> Corollaire I. De cette description de cercle, il suit que la mesure du mouvement ou du chemin que fait la regle AB depuis la ligne droitte AC, C'est-à-dire de l'ouverture qui se fait entre les deux lignes droittes AB et AC par le mouvement de la règle, est l'arc BC que cette regle decrit par ce mouvement, puisque cet arc est le vestige de ce mouvement, par consequent en est la mesure. [ms. 2469 de l'Institut, p. 33]

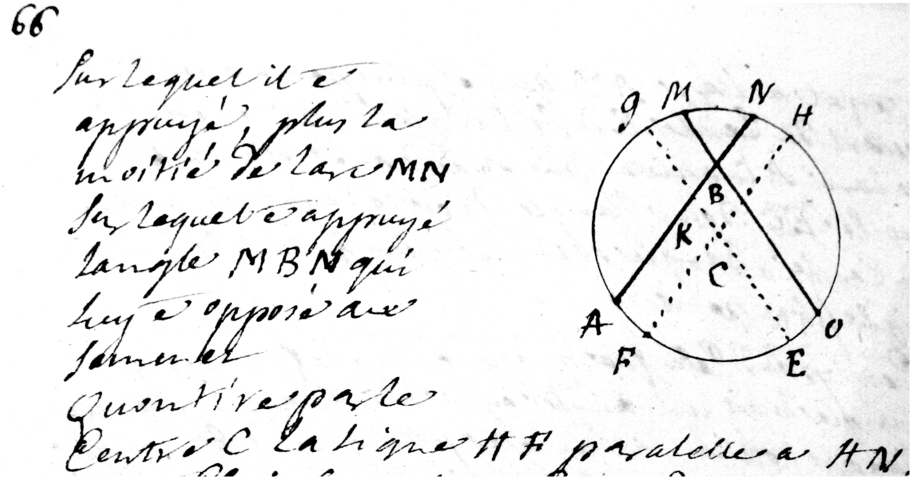
> Corollaire 1. Il suit de la generation du cercle que la mesure du mouvement de la regle AB depuis le point C jusqu'au point B est l'arc BC, puisque cet arc est la trace que laisse le bout de la regle en allant du point C au point B. Et co[e] l'ouverture BC qui est entre les lignes AC et AB se fait par ce mouvement, l'arc BC est aussy la mesure de cette ouverture. [ms. 26 de Lisieux, p. 41- 42]

> COROLLAIRE I. Il paroît par la formation du cercle, que la mesure du mouvement de la regle AB & de son éloignement de la ligne droite AC, est l'arc BC qu'elle a décrit par ce même mouvement. [V, p. 21]

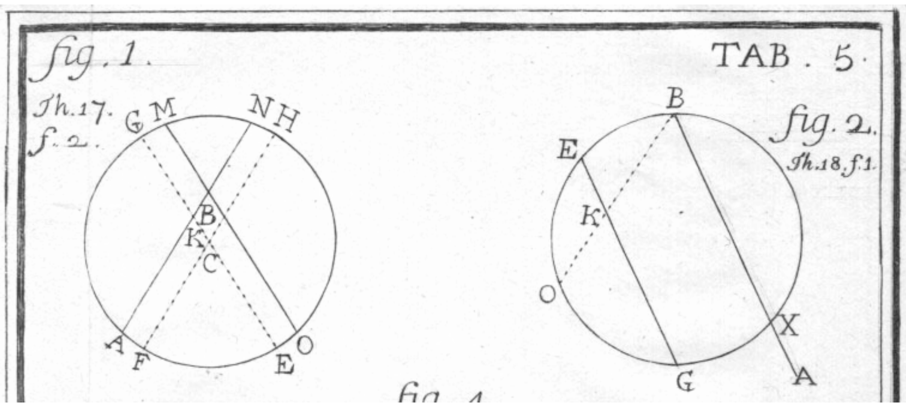
Toujours à titre d'échantillon, nous donnons à voir [Ill. 3, 4 et 5] une même figure dans le contexte où elle apparaît, respectivement, dans le manuscrit de l'Institut, dans celui de Lisieux et dans la version imprimée de 1731. Ces exemples suggèrent qu'une étude comparée soigneuse des trois versions françaises sur le plan de la syntaxe, de l'orthographe, du lexique et des figures serait riche d'enseignements ; la confrontation avec le manuscrit latin serait aussi bien sûr indispensable. Il semble, de prime impression, que le manuscrit de Lisieux soit d'un style plus assuré que celui de l'Institut, plus élégant, attentif aussi à ne pas décalquer paresseusement des mots latins, mais à trouver le juste mot français correspondant. Quant à la version imprimée, d'orthographe plus moderne, elle est très bien rédigée, mais plus sèche : elle resserre le texte, l'éloigne de l'oralité.



Ill. 3 – Ms. Institut 2469, f. 225



Ill. 4 – Ms. Lisieux 26, p. 66



Ill. 5 – Édition imprimée de 1731, planche 5

3. – Analyse des *Elemens de Geometrie* de Varignon

Les *Elemens de géométrie* (spéculative) de Varignon, quelle que soit la version considérée, sont formés de cinq livres comportant vingt-six définitions et cinquante théorèmes accompagnés de nombreux corollaires. Voici leur plan précis d'après le manuscrit de Lisieux ; nous développerons ensuite quelques aspects qui ont plus particulièrement retenu notre attention.

Axiomes et demandes

On sait qu'Euclide fondait sa géométrie sur cinq notions communes (ou axiomes) et cinq demandes (ou postulats). On retrouve chez Varignon comme chez beaucoup d'auteurs de son temps ces deux catégories d'hypothèses. Cependant le manuscrit de Lisieux ne liste pas moins de quatorze axiomes. La version imprimée (comme le manuscrit de l'Institut) témoigne d'une tentative d'en réduire le nombre à huit, en considérant certains axiomes comme corollaires d'autres. Voici par exemple les quatrième, cinquième et sixième axiomes du manuscrit de Lisieux :

> 4e ax. Les grandeurs doubles, triples, quadruples d'une même grandeur sont égales.
> 5e ax. Si on ajoutte des grandeurs egalles a des grandeurs egalles, les sommes seront egalles.

> 6[e] ax. Si a des grandeurs egalles on ajoutte des grandeurs inegalles les sommes seront inegalles, et la somme ou la plus grande des grandeurs se trouvera, sera la plus grande. Reciproquem[t] si des grandeurs ajoutees a des grandeurs egalles font des sommes inegalles, la plus grande se trouvera dans la plus grande somme.

Et voici ce qu'ils deviennent dans la version imprimée [V, p. 2-3] :

> AXIOME IV. Si à choses égales, l'on ajoûte choses égales, les sommes seront égales.
> COROLLAIRE I. Donc, les doubles, triples, &c. des choses égales, sont égaux.
> COROLLAIRE II. Donc, si à choses égales on ajoute choses inégales les sommes seront inégales, & la plus grande somme sera celle où se trouvera la plus grande des choses ajoûtées.

Mais il y a bien entendu erreur logique : le prétendu « corollaire II » n'est en rien conséquence de l'axiome IV !

Assez spectaculairement quand on songe au long débat sur le cinquième postulat d'Euclide, Varignon dit qu'un seul postulat, inoffensif et « incontestable », lui suffira :

> Suppositions ou demandes. On ne fera qu'une seulle supposition ou demande dans le traité. Scavoir quon peut imaginer des lignes tirées ou prolongées à discrétion. Ce qui ne peut etre nié que par ceux qui ne scauraient les imaginer ou les concevoir. Et ce n'est point avec ces sortes de gens quon veut avoir affaire. [ms. Lisieux 26, p. 10]

S'agit-il dans cette demande de lignes droites ou de lignes quelconques ? Il est a priori difficile de répondre, mais le manuscrit de l'Institut est plus explicite :

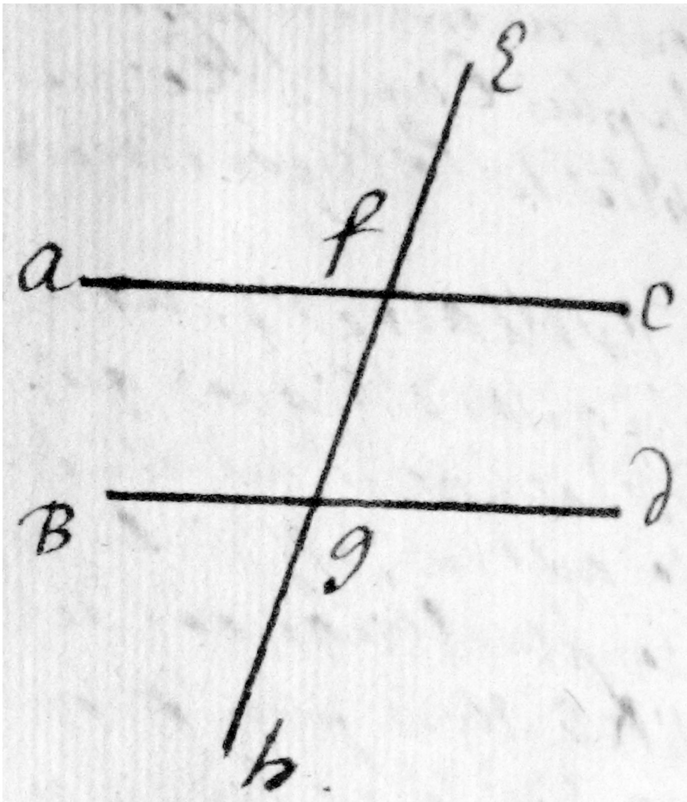
> Avis 2. Je ne suppose rien dans les cinq premiers Livres sinon que l'on puisse imaginer des lignes droittes tirées d'un point a un autre et prolongées autant qu'il en sera besoin. [ms. Institut 2469, p. 9]

Dans la version imprimée enfin, le lecteur est averti qu'il trouvera « les demandes & les définitions chacune dans leur place », mais aucune demande n'est jamais formulée !

La définition des parallèles

Euclide a défini deux droites parallèles comme deux droites non sécantes. Cette définition est peu opérante, et la coïncidence entre parallélisme et non-sécance n'est guère qu'un accident de la géométrie euclidienne *plane*. Seul son fameux « cinquième postulat » permet de donner sa véritable consistance à la notion. Dans sa *Recherche de la vérité* (1675), Malebranche considéra la définition euclidienne comme « défectueuse » – ce que nota le père André [CM, vol. 2, p. 181]. À l'âge classique, les parallèles furent souvent définies comme droites équidistantes, par exemple par Lamy, Rivard ou Clairaut. La définition choisie par Varignon est toute autre :

> 5e definition. Deux lignes droittes *ac*, *bd* qui, etant dans un meme plan, sont également inclinées sur une meme ligne droitte *eh* ou qui font avec cette même ligne droite *eh* langle extérieur *efc* & langle intérieur *egd* egaux entre eux, sapellent des lignes paralelles. [ms. Lisieux 26, p. 34]



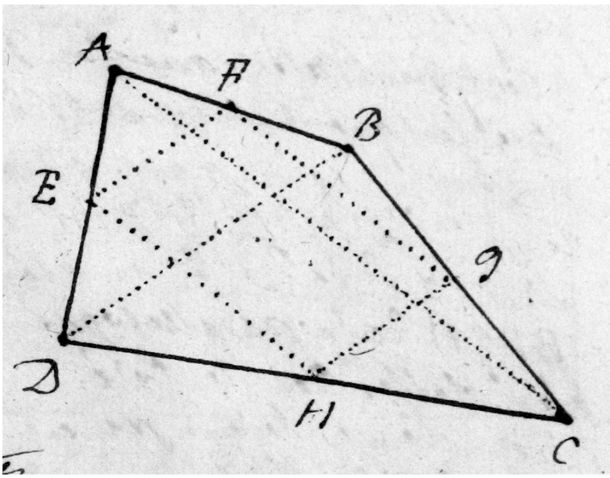
Ill. 6 – La définition des parallèles [ms. Lisieux 26, p. 34]

Cette condition d'égalité des angles dits "correspondants" se trouve bien chez Euclide (*Éléments*, livre I, 28e proposition, 1e partie), mais en tant que *critère* (ou condition suffisante) de parallélisme : étant données deux droites, **s'il existe une droite** les coupant selon des angles correspondants égaux, **alors** ces deux droites sont parallèles. Le géomètre grec montre aussi que la condition est nécessaire, mais énonce en réalité une proposition plus forte, en substance : **si** deux droites sont parallèles, **alors toute droite** qui les rencontre les coupe selon des angles correspondants égaux. La démonstration de cette proposition (la 29e du livre I) fait appel, nécessairement, au cinquième postulat. Avec sa définition du parallélisme, Varignon espérait sans doute faire l'économie de ce postulat si discuté, mais ce faisant, le corollaire qui la suit, affirmant la "transitivité" du parallélisme, présente un vice logique dans sa démonstration. En effet, celle-ci est ainsi construite : supposant une droite d_1 parallèle à une droite d_2 et une droite d_3 parallèle aussi à d_2, on considère une droite δ sécante à ces trois droites, coupant alors d_1 et d_2 ainsi que d_2 et d_3 selon des angles correspondants égaux. Mais pour être conforme à la définition proposée, la démonstration devrait être articulée ainsi : d_1 et d_2 étant parallèles, il existe une droite δ_1 les coupant selon des angles correspondants égaux ; de même, il existe une droite δ_2 coupant d_2 et d_3 selon des angles correspondants égaux ; il faut alors déterminer une droite δ_3 coupant d_1 et d_3 selon des angles correspondants égaux. Or cette démonstration est impossible sans le recours, à nouveau, au cinquième postulat ; la "transitivité" du parallélisme est d'ailleurs fausse en géométrie hyperbolique.

Le "théorème de Varignon"

On ne sera pas surpris de trouver dans les *Élémens de géométrie* de Varignon le théorème bien connu des professeurs de collège sous le nom de théorème de Varignon. C'est un énoncé au premier abord surprenant et qu'on ne trouve pas dans les *Éléments* d'Euclide bien que la démonstration en eût été possible.

> Si les cotés *AB*, *BC*, *CD*, *DA* sont divisés chaquun en deux egalem[t] aux points *F*, *G*, *H*, *E* et si l'on joint les points de division par des lignes droittes *FE*, *EH*, *HG*, *GF*. Je dis que le quadrilataire *FGHE* formé par les lignes droittes est un parallelogramme. [ms. Lisieux 26, p. 121]



Ill. 7 – Le "théorème de Varignon" [ms. Lisieux 26, p. 121]

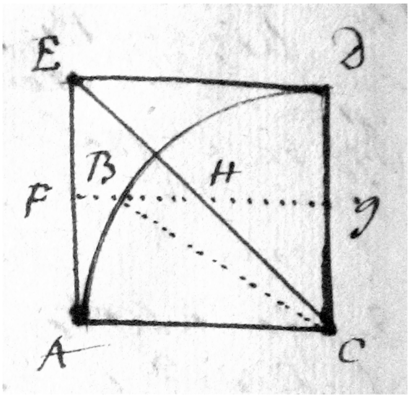
Il apparaît comme le corollaire 4 du la seconde partie du théorème 29, laquelle est dans la terminologie scolaire d'aujourd'hui (mais pas de l'époque) la réciproque du théorème de Thalès. Il n'est pas revendiqué par l'auteur comme un résultat nouveau.

La sphère et le cylindre

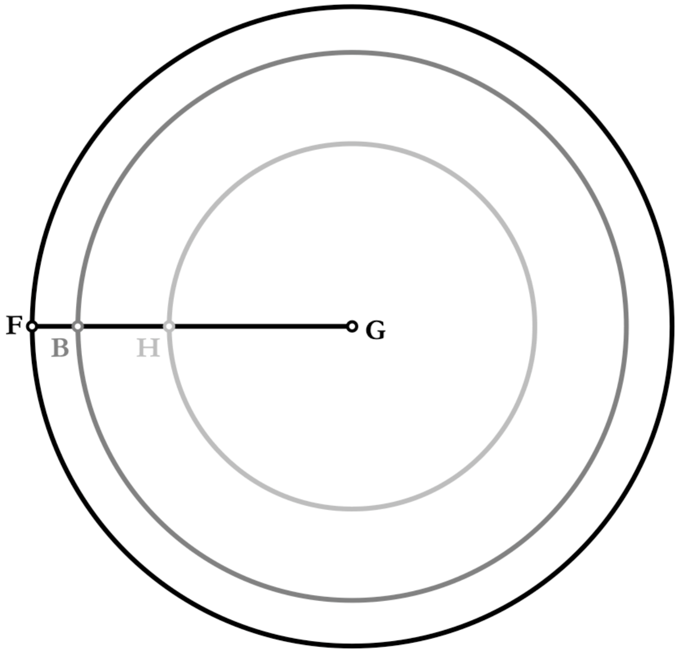
Pour démontrer leurs théorèmes de quadrature des surfaces ou de cubature des corps solides, les géomètres grecs recouraient à une double réduction à l'absurde et n'utilisaient jamais l'infini. Dans les textes qui nous sont parvenus, ils ne révèlent jamais le procédé utilisé pour "deviner" la relation à démontrer, exception faite d'un écrit d'Archimède découvert seulement en 1906. Au XVIIe siècle, Cavalieri systématisa une démarche infinitésimale, consistant à couper une surface plane par une infinité de lignes droites parallèles, ou un corps solide par une infinité de plans parallèles, et à recomposer différemment les morceaux afin de calculer l'aire ou le volume voulu. Cette "géométrie des indivisibles", développée par Roberval, Torricelli et Wallis, présentait une remarquable valeur heuristique, mais aussi des risques de paralogismes ; elle céda assez tôt la place au calcul intégral de Leibniz et Newton. Varignon a défendu et illustré le calcul de Leibniz : il s'opposa notamment sur ce sujet à Rolle qui récusait toute procédure infinitésimale. Pour autant, il n'en fit jamais un objet d'enseignement. Ce n'est pas que les quadratures et cubatures de ses *Élémens de géométrie* soient rédigées selon la tradition d'Euclide et d'Archimède : les méthodes qu'utilise Varignon dans son cours relèvent, en réalité, de la géométrie des indivisibles. Déjà mise en œuvre dans divers manuels plus anciens comme les *Élémens d'Euclide* du jésuite Claude Milliet Déchales (1e éd. 1682) ou les *Elemens de Geometrie de Monseigneur le Duc de Bourgogne* (1705) dûs à Nicolas de Malezieu, cette méthode des indivisibles est utilisée dans le théorème 46 dont l'énoncé et le début de la démonstration suivent :

> Theoreme 46. Une sphere est egalle aux deux tiers d'un cilindre circonscrit.
> Demonstration. Qu'on imagine que le quarré *ACDE* avec la diagonale *EC* et le cercle *ABD* qui est inscrit fasse une revolution autour du coté fixe *CD*. Il est clair 1° que la revolution du quarré *ACDE* produira un cilindre, 2° que la revolution du quart de cercle *CABD* produira un hemisphere, 3tio que la révolution du triangle *ECD* produira un cone. Cela supposé je dis 1° que l'exces dont le cilindre surpasse l'hemisphere est egal au cone. Qu'on imagine que ces trois corps soient coupés par une infinité de plans […] [ms. Lisieux 26, p. 169-172]

La dernière phrase citée est typique de l'usage des indivisibles. La stratégie consiste à découper l'excès du cylindre sur l'hémisphère en tranches horizontales infiniment minces : ce sont des couronnes circulaires. Par des considérations élémentaires, on montre que chacune de ces couronnes est égale (en aire) à un certain cercle situé dans le même plan horizontal [Ill. 9]. Mais « la somme de tous les cercles decrits » produit le cône, dont un théorème précédent a montré qu'il est égal (en volume) au tiers du cylindre. Voici le détail de cette démonstration, en notations contemporaines. Nous noterons $\mathcal{C}$ (*BC*) et $\mathcal{Q}$ (*BC*) les aires du disque de rayon *BC* et du carré de côté *BC*.



Ill. 8 – La sphère et le cylindre (ms. Lisieux 26, p. 170)



Ill. 9 – Vue "du dessus" des coupes par un plan des cylindre (F), sphère (B) et cône (H)

Les cercles étant entre eux comme les carrés de leurs diamètres, ou de leurs rayons, on a d'abord : $\dfrac{\mathcal{C}\ (BC)}{\mathcal{C}\ (GC)} = \dfrac{\mathcal{Q}\ (BC)}{\mathcal{Q}\ (GC)}$. L'angle $\widehat{BGC}$ étant droit, on a : $\mathcal{Q}(BC) = \mathcal{Q}(BG) + \mathcal{Q}(GC)$, et donc : $\mathcal{C}(BC) = \mathcal{C}(BG) + \mathcal{C}(GC)$. Or *FG* est égal à *BC*, et, par similitude des triangles *CDE* et *CGH*, *GC* est égal à *GH*. Il vient : $\mathcal{C}(FG) = \mathcal{C}(BG) + \mathcal{C}(GH)$. Mais le cercle de rayon *FG* est la réunion du cercle de rayon *BG* et de la couronne de centre *G* de largeur *FB* ; il s'ensuit que le cercle de rayon *GH* et la couronne de largeur *FG* sont égaux. Or l' "empilement" de tous les cercles de rayon *GH*, lorsque *G* parcourt le segment [*CD*], produit le cône droit de sommet *C* et de base le cercle de rayon *DE*, tandis que l' "empilement" de toutes les couronnes de largeur *FB* produit l'excès du cylindre de hauteur *CD* et de base le cercle de rayon *DE* sur l'hémisphère de rayon *AC*. Cet excès du cylindre sur l'hémisphère est "donc" égal, en volume, au cône. Puisque, d'après une proposition antérieure, le corollaire 2 du théorème 44 [ms. Lisieux 26, p. 168], ce cône est égal au tiers du cylindre, on conclut que l'hémisphère est égal aux deux tiers du cylindre.

4. – Les lectures du père André

Notre hypothèse sur l'usage fait du cours de Varignon par le père André doit être mise en rapport avec ce qu'on sait de ce que furent ses lectures mathématiques "modernes". Un billet adressé à son supérieur nous renseigne sur ses livres de chevet en 1711 : « Je prie votre révérence de me permettre d'emporter où elle m'envoie une Bible de Vitré et trois livres de mathématiques, les *Éléments de géométrie* et *l'Analyse démontrée.* » [A/C, p. cix, n. 1]. Le deuxième ouvrage cité est le manuel du jésuite malebranchiste Charles-René Reyneau (1708). Le premier est peut-être celui du père Ignace-Gaston Pardies (1671, plusieurs rééditions), qu'André jugeait d'une « élégance qui ne le cède guère à celle de Vaugelas » [A/C, p. 163]. On ne sait quand il découvrit la *Géométrie* du « grand Descartes » (1637) : il l'évoqua peu, si ce n'est pour dire qu'on y trouve « une géométrie et une algèbre nouvelles pour faciliter la solution des problèmes ». Prenant à Caen ses fonctions de professeur de mathématiques, et dictant un cours « selon les modernes » (celui de Varignon, selon notre hypothèse), il se plaçait en rupture avec la tradition euclidienne notamment par l'emploi de méthodes infinitésimales. C'est à ce moment qu'il lut « d'un bout à l'autre » la *Géométrie de l'infini* de Fontenelle publiée en 1727, avouant en 1731 à son auteur être « encore trop neuf dans la haute géometrie » pour tout comprendre : « Mon métier ne me demande, que des elemens de la plus basse ». Il en entreprit alors une deuxième lecture, étudiant aussi en complément *L'analyse des infiniment petits* du marquis de l'Hôpital (1696), où s'exprime selon lui « la géométrie la plus sublime », et l'*Arithmétique de l'infini* de

Wallis (1656) qui révèle une « nouvelle science de l'infini, que les Anciens n'avaient fait qu'entrevoir de loin » et qu'avait initiée « Cavalerius » (Cavalieri).

Pourtant, André abandonna « bientôt » son cours « selon les modernes » pour revenir à Euclide. Peut-on préciser quand se produisit cette rupture ? Charma et Mancel ont supposé que c'est lorsqu'un de ses élèves lui fit connaître d'assez indigents *Éléments de la géométrie d'Euclide réduits à l'essentiel de ses principes,* dûs à l'aristocrate bajocasse Raoul-Adrien Fréard Ducastel (1696 – 1766) qu'il se décida à rédiger sa propre version des *Éléments* d'Euclide [CM, vol. 2, p. 388]. Mais l'ouvrage de Fréard Ducastel date de 1740, ce qui ne correspond guère au « bientôt » de l'abbé Guyot. Il est plus probable que le père André avait cessé de dicter le cours de Varignon (si tel fut bien le cas) lorsque celui-ci fut enfin imprimé (1731). Quelles peuvent être les raisons pédagogiques de ce revirement ? Selon Guyot, le père André trouvait les *Éléments* d'Euclide « plus remplis » (c'est-à-dire plus détaillés) et « plus exacts » : on a vu que le traité de Varignon, qui a ses qualités, est avare d'explications et non exempt d'erreurs sérieuses. Il les trouvait aussi « plus propres à donner à ses élèves l'esprit géométrique ». À ce propos, il évoqua dans une lettre à Fontenelle datée de 1735 la nécessité où il se trouvait de se « proportionner à l'intelligence de [ses] apprentis géometres » [CM, vol. 2, p. 26]. Il est probable que son cours, qui ne pouvait dépasser une année, se limitait aux six premiers livres d'Euclide : il devait alors renoncer à démontrer non seulement les théorèmes d'Archimède, mais même la proportionnalité de l'aire du cercle au carré de son diamètre – quelle qu'en fut la méthode. Signalons enfin qu'il connut la version algébrisée des *Eléments d'Euclide* par Barrow (1660) et n'y vit qu' « un détour fort inutile » [CM, vol. 2, p. 388].

Le père André n'a pas connu le calcul différentiel et intégral. Il reconnaît n'avoir pu lire « rien ni de Leibnitz, ni de Neuton, ni des auteurs françois, qui ont traité la matière par ses premiers principes » [CM, vol. 2, p. 28]. Tel est, comme il le dit, « l'inconvénient de la province », mais aussi le résultat de ses *a priori*. Il croyait Leibniz « grand géomètre », mais « mauvais métaphysicien », et comme tous les cartésiens, il fut toujours mal disposé envers Newton, « esprit sombre » et « stupide en matière de philosophie » [CM, vol. 2, p. 62]. Au total, le jugement du père Paulian paraît à nuancer, qui écrivait en 1773 dans son *Dictionnaire de physique* : « le père André n'avoit jamais lu les grands ouvrages de Mathématique ; c'est là même une tache à sa mémoire que la fidélité de l'histoire ne nous permet pas de cacher. » Les lectures mathématiques du père André ne furent pas négligeables et l'enthousiasmèrent profondément pour les méthodes infinitésimales, mais elles restèrent toujours confinées aux livres issus du cercle mathématique malebranchiste qu'il avait connu à Paris dans le temps de son noviciat.

Bibliographie

[AB] Pierre AGERON, Didier BESSOT, « Découverte d'un manuscrit mathématique à la bibliothèque de Lisieux », *Le Pays d'Auge*, 59e année, no 5, 2009, p. 18.

[A/G] *Œuvres du feu Père André*, 4 vol., Paris, 1766 – 1767, précédées d'un « Éloge historique du R. P. André, professeur Royal de Mathématiques, de l'Académie Royale des Belles-Lettres de Caen » par l'abbé Guillaume-Germain GUYOT, p. iii – xlviii

[A/C] *Œuvres philosophiques du père André de la compagnie de Jésus*, avec une introduction sur sa vie et ses ouvrages tirée de sa correspondance inédite par Victor COUSIN, Paris, 1843.

[CM] Antoine CHARMA et Georges MANCEL, *Le Père André, jésuite : documents inédits pour servir à l'histoire philosophique, religieuse et littéraire du XVIIIe siècle,* Caen, vol. I, 1844 ; vol. II, 1856.

[D] François de DAINVILLE, « L'enseignement des mathématiques dans les collèges jésuites de France du XVIe au XVIIIe siècle », *Revue d'histoire des sciences* 7, 1954, p. 6-21 et 109-123

[M] Marie Joseph Auguste Isidore MASSELIN (abbé), *Le collège des Jésuites de Caen*, Évreux, 1898, 61 p.

[P] Jeanne PEIFFER, « Le *Traité de Géométrie* de Varignon et l'apprentissage mathématique du jeune D'Alembert, » *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie* 28, 2005, p. 125 -150.

[R] André ROBINET, « Le groupe malebranchiste introducteur du Calcul infinitésimal en France », *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications* 13-4, 1960, p. 287-308.

[V] [Pierre VARIGNON], *Élémens de mathématique de Monsieur Varignon,* Paris, 1731. Une numérisation de qualité se trouve sur la bibliothèque numérique *pôlib* des universités de Lille ; elle est accompagnée d'un bref commentaire scientifique de Bernard Maitte.

Catalogue des ouvrages scientifiques du père Yves-Marie André, s. j.

1) *Arithmétique universelle ou Essay d'un nouveau système d'arithmétique pour toutes sortes de calculs.*
bibl. de Caen, ms. in-4°196 (Lavalley 175, CGM 478), 120 f.
Copie d'élève datée de « ce 1er janvier 1742 ». « Donné par M. [Pierre Bernard] Mancel, libraire à Caen, en 1843 » à Antoine Charma, puis « offert à la Bibliothèque publique de Caen, 15 mars 1857 ».
Un cours d'arithmétique très allégé se trouve à la fin des :
Mélanges bibliographiques et littéraires
bibl. de Caen, ms. in-4°161 (Lavalley 263, CGM 553), 17 f. numérotés de 84 à 100
Copié par Charles de Quens, disciple du père André. Retrouvé dans les papiers de celui-ci par Georges Mancel et Antoine Charma en 1841, don d'Antoine Charma.

2) *Éléments d'Euclide*
Aucun exemplaire repéré.

3) *La géométrie pratique*
bibl. de Caen, ms. in-4°149 (Lavalley 191, CGM 481), 317 p.
Copie très lisible finie le 20 janvier 1768 (donc presque quatre ans après la mort du père André) par son disciple Charles de Quens, retrouvée dans ses papiers par Georges Mancel et Antoine Charma en 1841.

4) *Élémens d'astronomie*
bibl. de Caen, ms. in-4°191 (Lavalley 333, CGM 135), 605 p.
Cours dicté dans l'année scolaire 1758-59, précédé d'une gravure de sphère artificielle et suivi de *Traité de la construction du microscope* par le père Simon Chardin, qui dicta ce cours au collège des jésuites de Caen
Manuscrit ayant appartenu successivement à « Jacques Lair, architecte-géomaitre », à Pierre-Bernard Mancel, libraire, qui l'acheta en 1829 à une vente Surosne, à Antoine Charma, professeur de philosophie auquel Mancel le donna en 1843 et à la bibliothèque publique de Caen à qui Charma l'offrit en 1857.

5) *Traité mathématique et historique de géographie et d'hydrographie.*

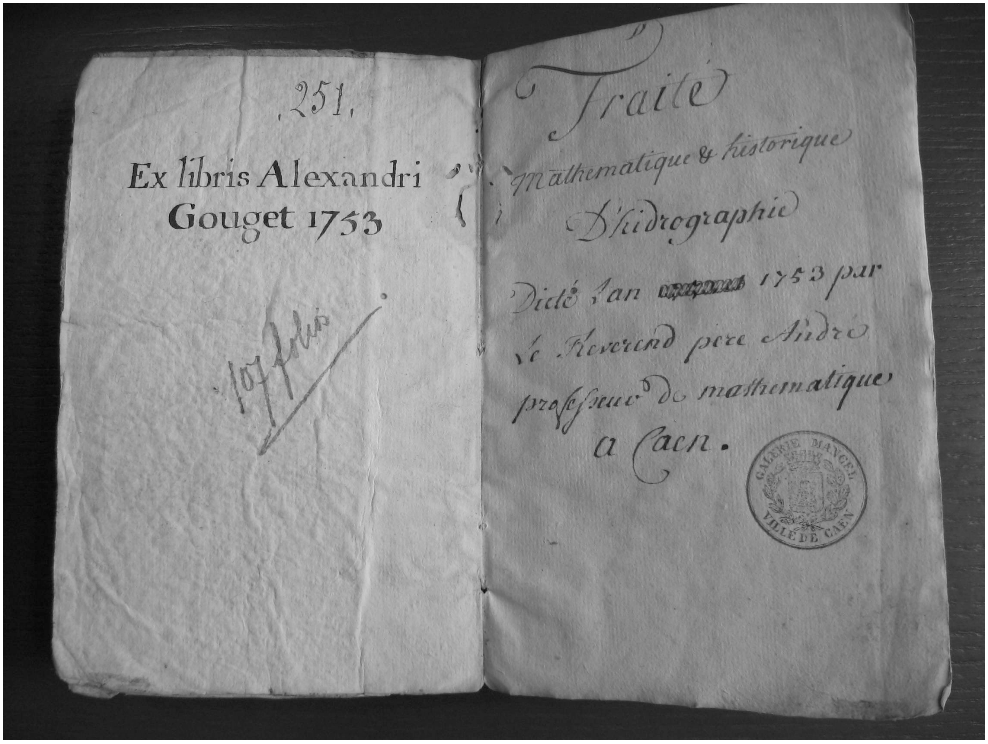
Copie A.

bibl. de Caen, ms. in-8°67 (Lavalley 335, CGM 137), 345 p. numérotées de 367 à 723

Ne contient que le *Livre deuxième : De l'hydrographie.* Copié par Brelfe Postaire « à Caen, ce 23 juin 1747 ». « Offert à la Bibl. publique de Caen, 19 mars 1857, A. Charma ».

Copie B.

Le livre premier *De la géographie* (378 p.) est le manuscrit in-8°101 (Lavalley 590, CGM 590) de la bibliothèque de Caen. On y lit « dicté à Caen, l'an 1752 et 1753 » et « Ex libris Alexandri Gouget, 1753 » ; il fut légué à la ville de Caen par Pierre-Bernard Mancel (m. 1872) comme l'indique le tampon « Galerie Mancel, ville de Caen » ; cependant il ne resta pas dans la collection Mancel et rejoignit postérieurement les collections de la bibliothèque municipale (avec lesquelles Pierre-Bernard Mancel avait pourtant souhaité que sa collection ne fût pas fusionnée).



Ill. 10. Ms. 251 de la collection Mancel (musée des Beaux-Arts de Caen)

Le livre deuxième *De l'hydrographie* est resté dans la collection Mancel, aujourd'hui conservée au musée des Beaux-Arts de Caen (ms. 251, anciennement 164). On y lit « dicté l'an 1753 » et il porte le même ex-libris. Cependant sa première page a été arrachée et collée sur le contreplat du livre premier ! Comme seul le livre deuxième du traité était connu d'Antoine Charma et Georges Mancel en 1856, on peut soupçonner Georges Mancel (sans rapport avec Pierre-Bernard) d'une manipulation visant à compléter les collections de la bibliothèque municipale dont il était le conservateur.

Copie C.

Manuscrit 26 de la bibliothèque de Lisieux, offert par son conservateur Étienne Deville en 1923. Copie intégrale non datée en un seul volume des deux livres du *Traité* (géographie et hydrographie). L'ouvrage est attribué par erreur à « M. de la Hire ». Sont de plus insérés par erreur au milieu du livre d'hydrographie des *Elemens de géométrie* anonymes, qui sont en fait ceux de Varignon, peut-être dictés par André entre 1726 et 1730. Le *Traité* compte 468 p., numérotées de 1 à 483 et de 185 à 198. Deux copistes successifs et anonymes.

6) *Traité de mécanique*
Un bouquiniste en propose à la vente une copie (par Jean-François Bernardin Preudhomme, 1735, in-8°, 585 p.) Nous avons suggéré à la bibliothèque de Caen d'en faire l'acquisition.

7) *Traité d'optique*
bibl. de Caen, ms. in-4°190 (Lavalley 334, CGM 136), 356 f.
Ce livre était inconnu de Charma et Mancel en 1856 ; le présent manuscrit intitulé « Elemens d'optique dictés en l'an 1749 et 1750 » fut donné à la bibliothèque de Caen par A. Formigny de la Londe en 1857.

8) *Traité de l'architecture civile et militaire*
bibl. de Caen, ms. in-4°148 (Lavalley 331, CGM 160), 191 p.
Manuscrit autographe, apparemment un premier jet, retrouvé par Georges Mancel et Antoine Charma dans les papiers de Charles de Quens en 1841.
bibl. de Caen, ms. in-f°99 (Lavalley 332, CGM 161), 124 p.
Manuscrit autographe, apparemment une mise au net du précédent, retrouvé par Georges Mancel et Antoine Charma dans les papiers de Charles de Quens en 1841. Trebutien et Barbey d'Aurevilly avaient en 1842 et 1843 le projet d'éditer ce traité, avec un commentaire de César Daly : voir à ce sujet la *Correspondance générale* de Barbey.